Théorie de la Décision
Introduction - Arbres de Décision

Philippe Leray

Philippe.Leray@insa-rouen.fr

INSA Rouen -Département ASI - Laboratoire PSI

Introduction

- Faudra-t-il travailler dur pour l'examen de l'UV ?
  - Pour : 5 crédits, ca ne fait pas de mal
  - Mais le résultat dépendra
    - du fait que vous ayez travaillé :-)
    - de la difficulté de l'examen
    - de ce que vous avez retenu des UV précédentes (RNA ?)
  - Comment formaliser cela pour prendre une décision ?

Autre exemple

- Un enfant de 12 ans se présente aux urgences
  - il a mal au ventre depuis 8h
  - il a vomi une fois
  - il a mangé au restaurant récemment
  - pas de "passif" médical, ni de traitement en cours
  - premier examen : douleur abdominale diffuse, CBC moyenne
- Faut-il envoyer le garçon se faire opérer de l'appendicite ? Le mettre en observation ? Le laisser partir ?

Théorie de la décision

- Un problème de décision a 3 composantes :
  - les valeurs (les "symptômes", les observables, ... à prendre en compte)
  - les actions (les choix proposés au décideur)
  - les conséquences

- Hypothèses :
  - les valeurs, options et conséquences sont données
  - le décideur peut ranger les conséquences par ordre de préférence : **fonction d'utilité**

INSA ROUEN — Architecture des Systèmes d'Information

Fonction d'Utilité

- U fonction d'utilité, définie pour des conséquences
  - $U(c_1) > U(c_2)$ ssi le décideur préfère la conséquence c_1 à c_2
  - $U(c_1) = U(c_2)$ ssi le décideur n'a aucune préfèrence entre c_1 à c_2

- Exemple
  - Conséquence c = {réussir l'UV | rater l'UV}
  - $U(c_1) = 5$ et $U(c_2) = 0$

- U n'a pas a être normalisée, et ne représente pas forcément une probabilité

Modélisation du Raisonnement

- Comment modéliser le raisonnement ?
- Comment trouver la décision optimale ?

  - Arbre de décision
    - Prendre une décision sans probabilités :
      - Critère Maximax
      - Critère Maximin
      - Critère Minimax
      - Critère d'Hurwicz
      - Critère de Laplace
    - Prendre une décision avec probabilités :
      - Utilité Moyenne

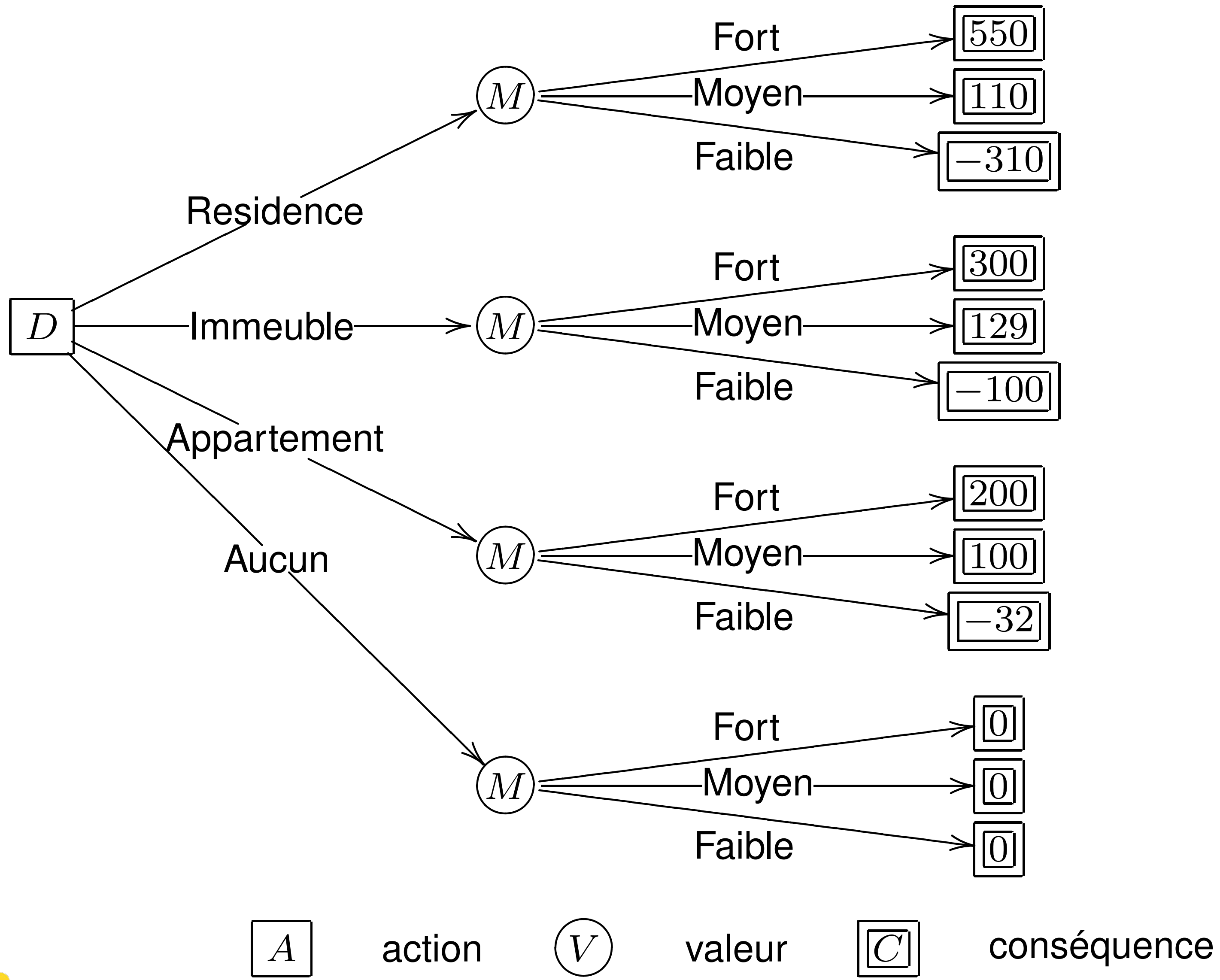
  - Diagramme d'influence

Exemple "immobilier"

- Investissement immobilier : faut-il investir dans
  - une résidence
  - un immeuble
  - un appartement
  - aucun investissement
- Cela va dépendre de l’état du marché immobilier :
  - Fort | Moyen | Faible
- Profit selon la décision et l’état du marché

	Fort	Moyen	Faible
Residence	550	110	-310
Immeuble	300	129	-100
Appartement	200	100	-32
Aucun	0	0	0

Arbre de décision



Critères de décision non probabilistes

- Maximax
  - *Le critère du décideur optimiste*
  - on "redescend" l'utilité maximale de chaque "valeur"
  - on choisit la décision qui à la plus grande utilité maximale
- Maximin
  - *Le critère du décideur pessimiste*
  - on "redescend" l'utilité minimale de chaque "valeur"
  - on choisit la décision qui à la plus grande utilité minimale (la "moins pire")

Critères de décision non probabilistes (suite)

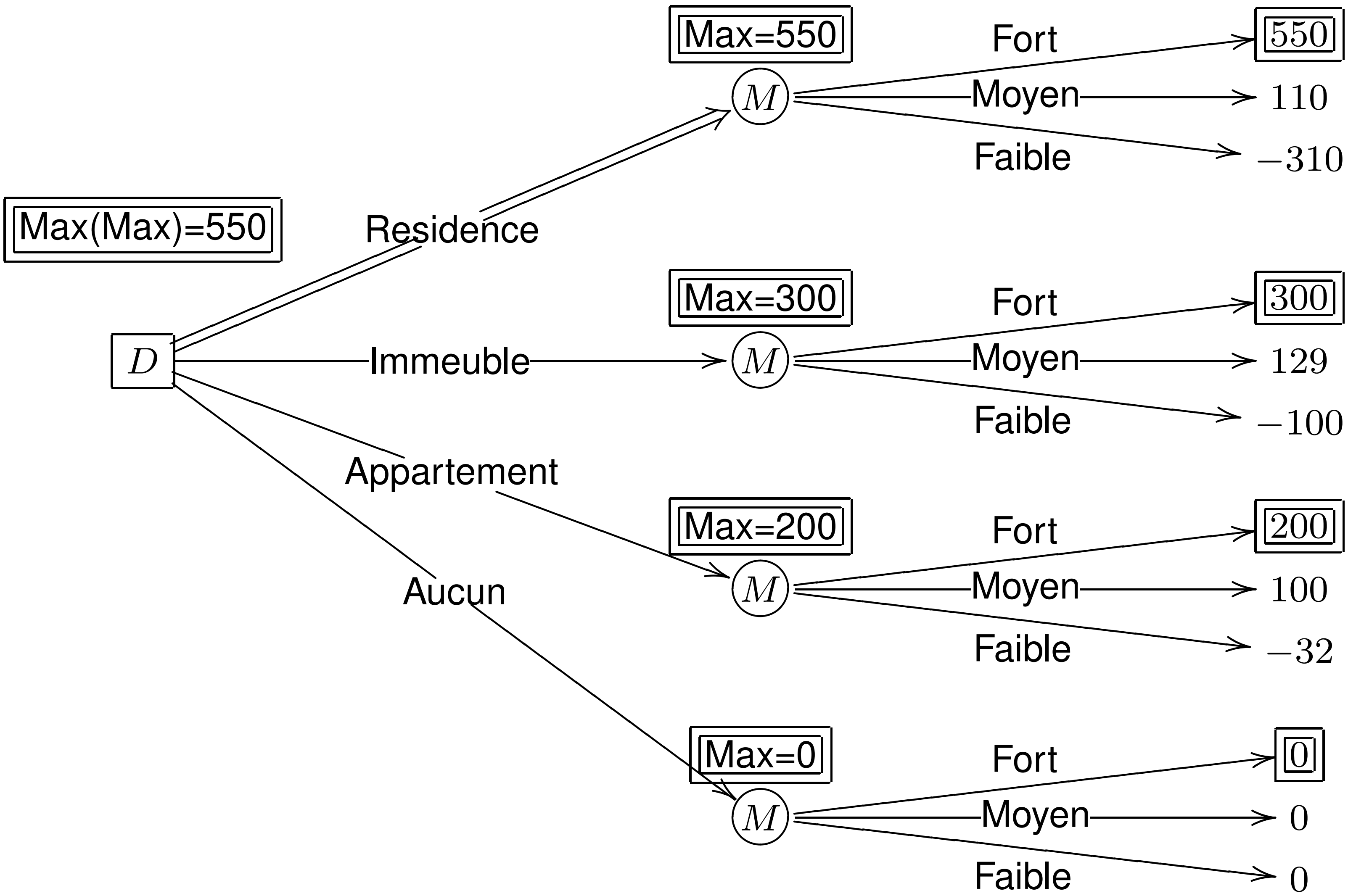
- Regret Minimax
  - *Regretons le moins possible dans le pire des cas*

$$Regret(V=x, A=y) = Umax(V=x) - U(V=x, A=y)$$

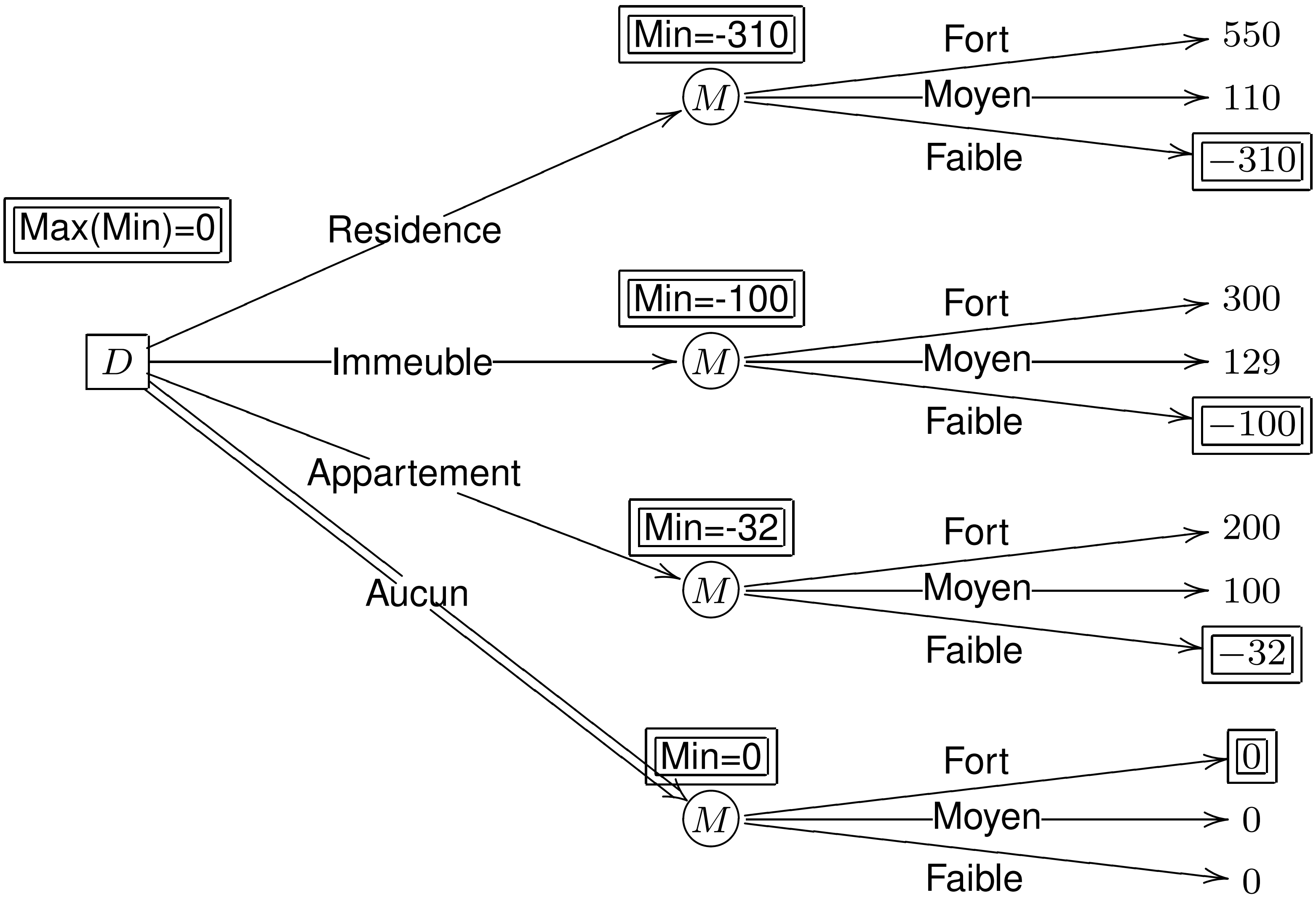
  - on "redescend" le regret maximale de chaque "valeur" (le pire des cas)
  - on choisit la décision qui donne le plus petit regret maximale (le moins possible)

- Autres critères
  - Hurwicz : $Max(\alpha Max(U) + (1-\alpha)Min(U))$
  - Laplace : $Max(\frac{\sum U}{N})$

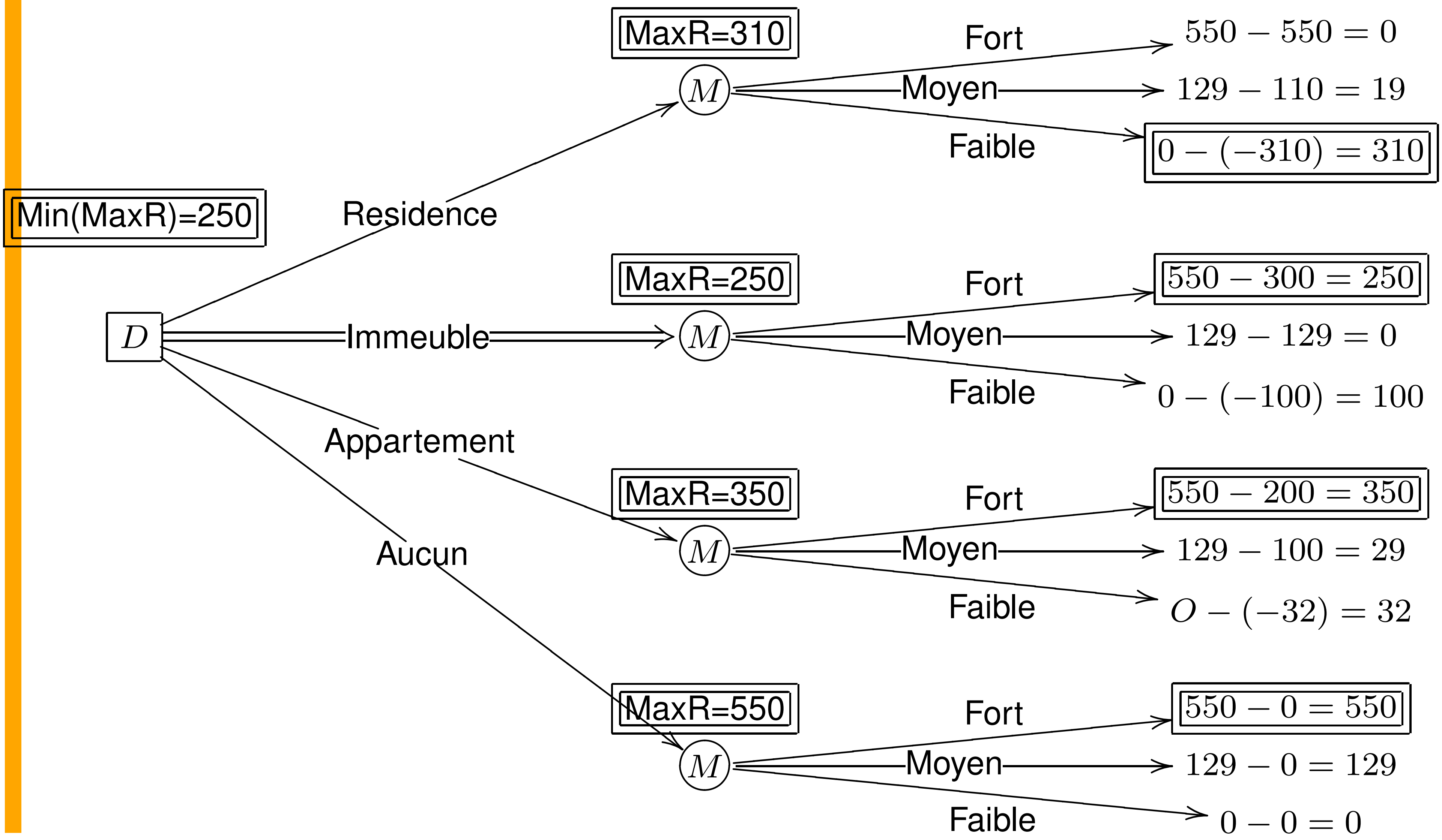
Arbre de décision : maximax



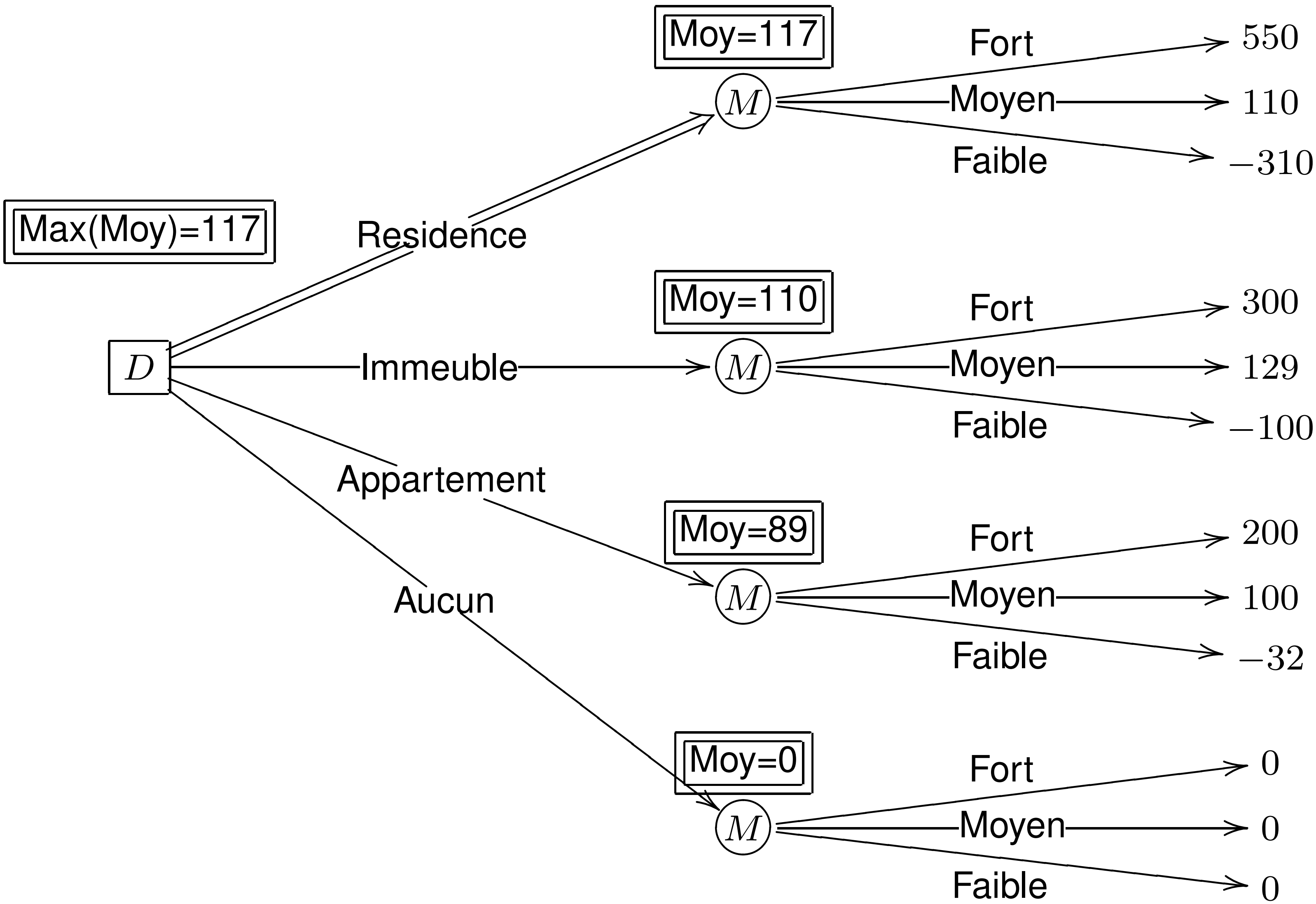
Arbre de décision : maximin



Arbre de décision : regret minimax



Arbre de décision : Laplace



Mais si Fort, Moyen et Faible n'étaient pas équiprobables ?

Utilité moyenne

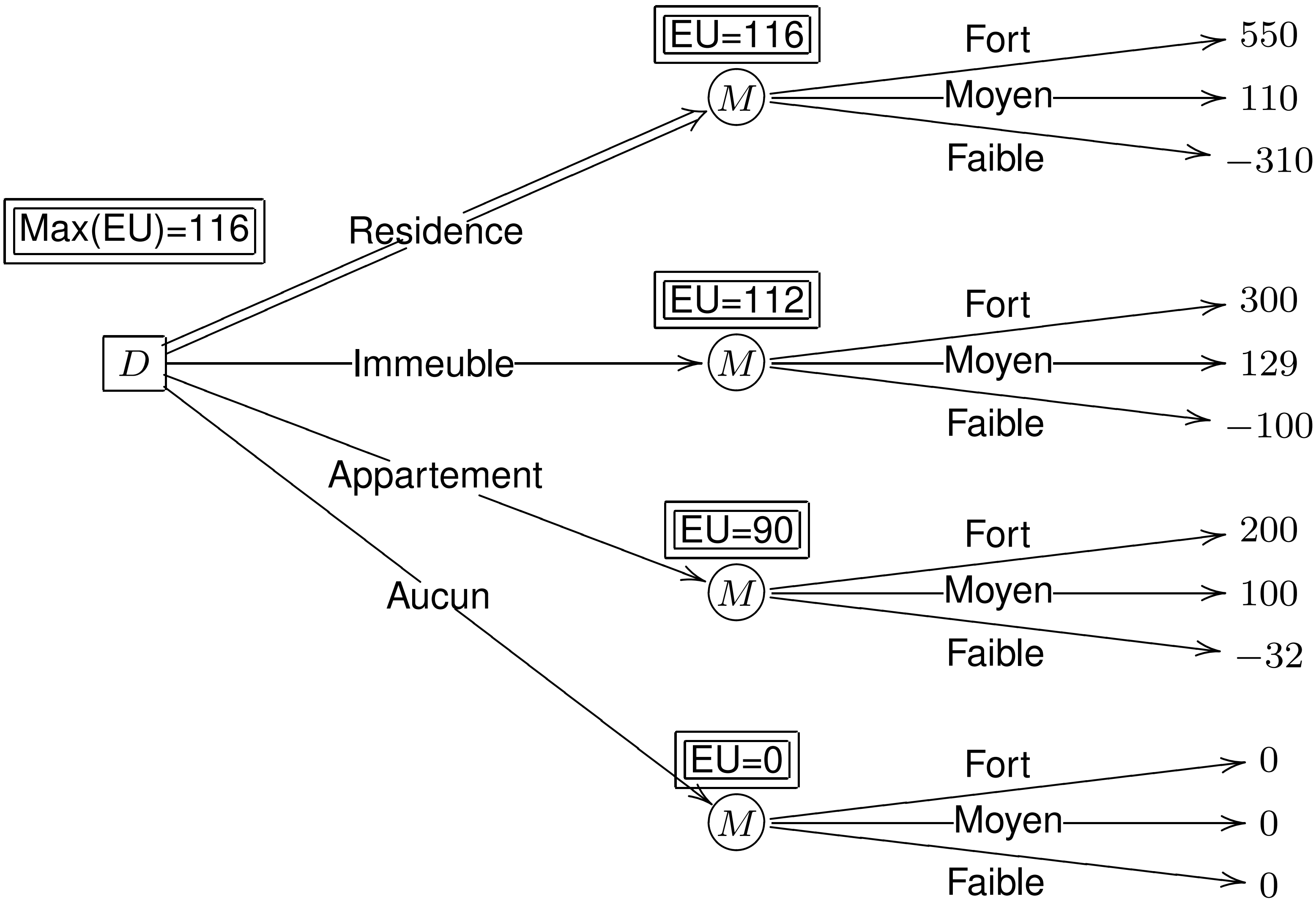
- Notion d'utilité moyenne (expected utility)
  - action a_1 est liée à la conséquence c par $P(c|a_1)$
  - action a_2 est liée à la conséquence c par $P(c|a_2)$
  - on préfèrera a_1 à a_2 si :

$$\sum_c U(c)P(c|a_1) > \sum_c U(c)P(c|a_1)$$

$$EU(a_i) > EU(a_2)$$

- **décider = choisir l'action qui maximise l'utilité moyenne**

Arbre de décision : Utilité moyenne



P(Fort)=0.3 , P(Moyen)=0.4 et P(Faible)=0.3

EVPI

- Retournons à notre problème immobilier
  - EU(résidence) = 116
  - EU(immeuble) = 112
- la différence est faible (4)

- si l'on apprend que l'état du marché est faible, le second choix est meilleur !

- tout dépend donc du "pot de vin" (ou du consultant) que l'on est prêt à payer pour obtenir une estimation du marché et du profit que l'on en tirera !

- Information Parfaite = Celle donnée par le consultant
- EVPI = Expected Value of Perfect Information

EVPI (fin)

- Si le consultant annonce :
  - marché Fort : le gain est de 550 (avec résidence)
  - marché Moyen : le gain est de 129 (avec immeuble)
  - marché Faible : le gain est de 0 (avec -aucun-)
- Information parfaite

$$PI = 550 * P(Fort) + 129 * P(Moyen) + 0 * P(Faible) = 217$$

- EVPI

$$EVPI = PI - max(EU) = 217 - 116 = 101$$

- c'est le montant maximum à payer à un consultant pour obtenir l'état du marché

Arbre de décision et Probabilités

- On peut rajouter une décision "faut-il passer par le consultant" pour l'inclure dans le processus de décision !

- Ex : Achat d'une voiture d'occasion (Pearl 1988)
  - 2 voitures "candidates" v_1 et v_2
  - 2 états possibles : OK q_1 et PasOK q_2
    - prix occas. v_1 : 1500 $ argus = 2000 $ (gain = 500 $ si q_1, sinon -200 $)
    - prix occas. v_2 : 1150 $ argus = 1400 $ (gain = 250 $ si q_2, sinon 100 $)

  - Possibilité de faire passer un test payant aux voitures
    - Test t_0 = pas de test (0 $)
    - Test v_1 : t_1 = 50 $ | Test v_2 : t_2 = 20 $

Arbre de décision et Probabilités (suite)

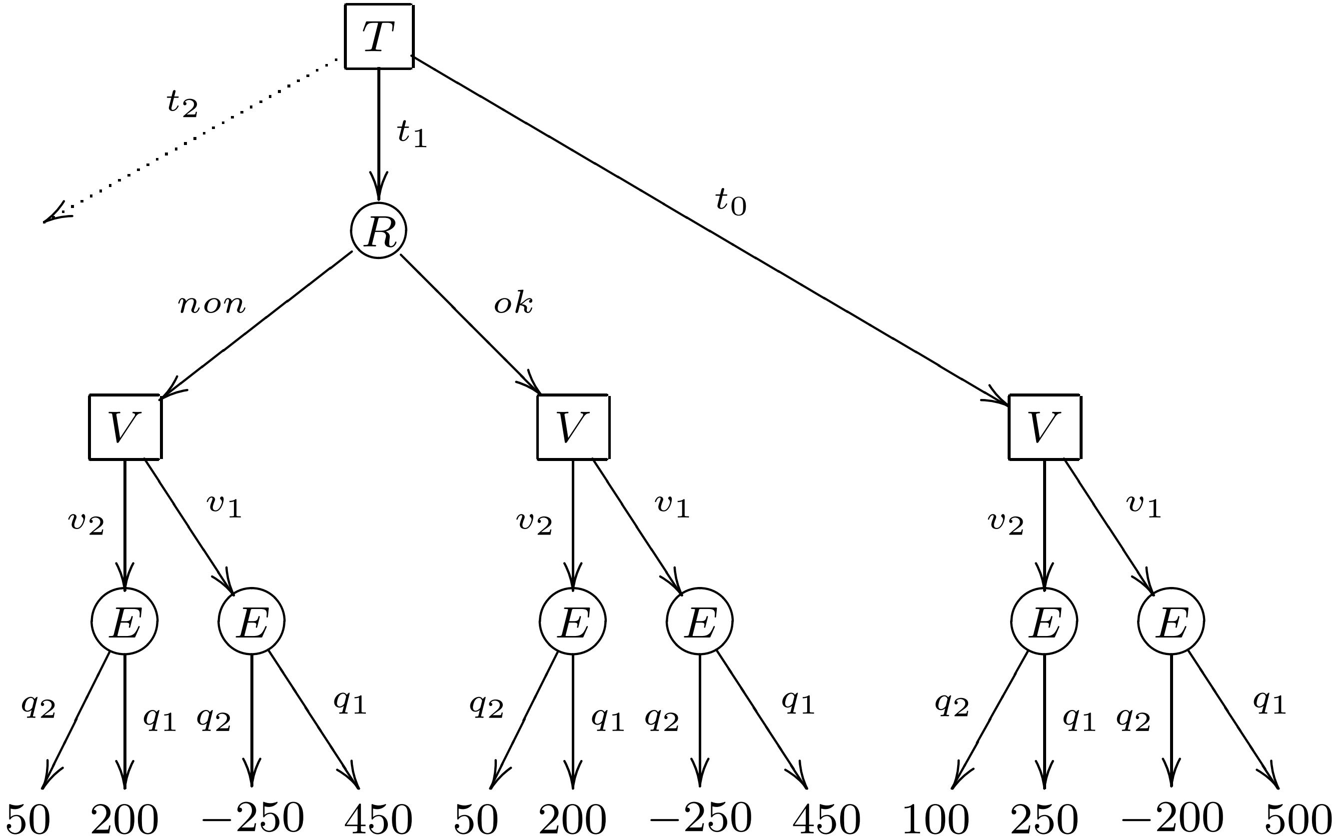
- Achat d'une voiture d'occasion (suite)
  - Probabilités a priori :
    - v_1 de bonne qualité : 0.7
    - v_2 de bonne qualité : 0.8

    - t_1 reconnait v_1 de bonne qualité : 0.9
    - t_1 reconnait v_1 de mauvaise qualité : 0.65

    - t_2 reconnait v_2 de bonne qualité : 0.75
    - t_2 reconnait v_2 de mauvaise qualité : 0.70

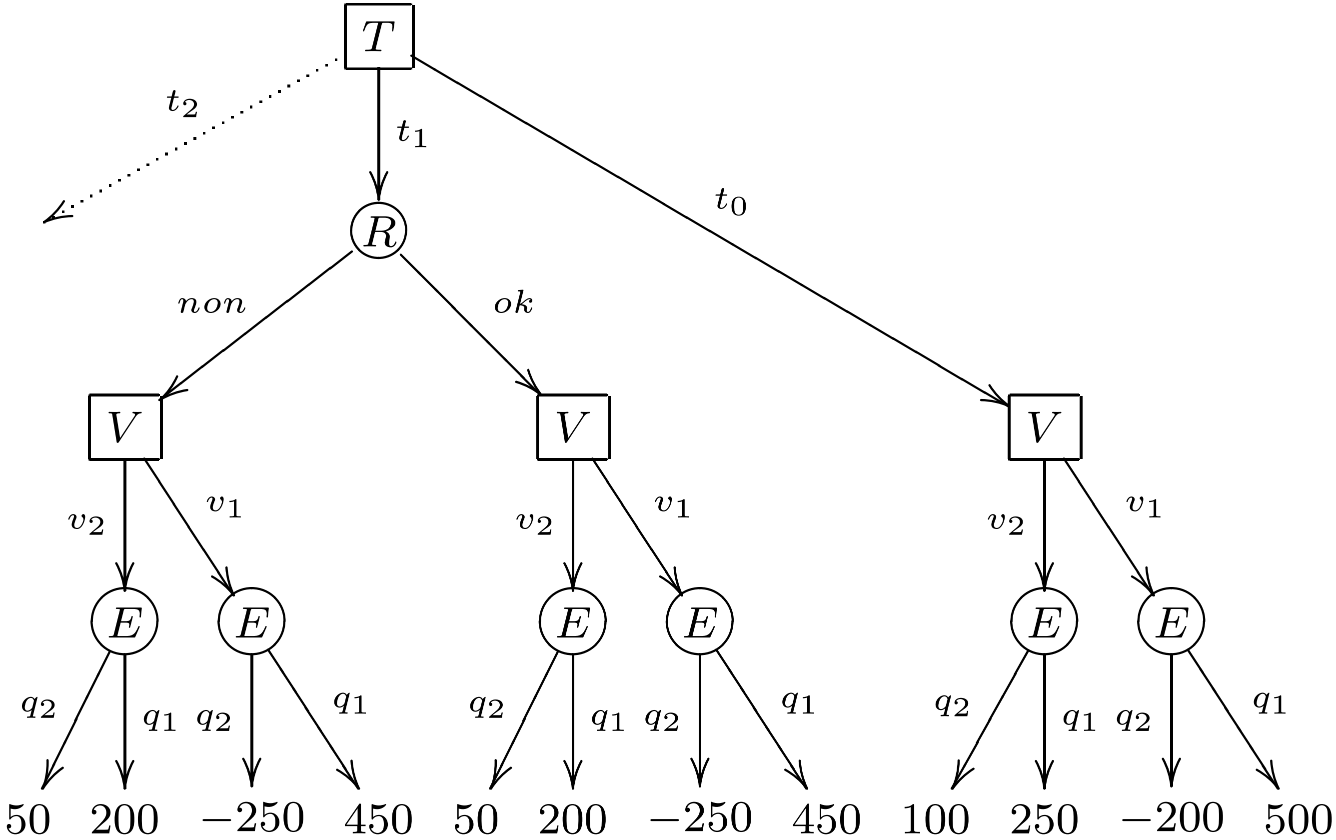
Arbre de décision (suite)

On trace l'arbre de décision ... feuilles = utilité - coût du test



Arbre de décision et Probabilités (suite)

On "remonte" les EU ... (cf. TD)



$$EU(V = v_1|T = t_0) = 500 * P(q_1|v_1) - 200 * P(q_2|v_1) = 500 * .7 - 200 * .3 = 290$$
$$EU(V = v_2|T = t_0) = 250 * P(q_1|v_2) + 100 * P(q_2|v_2) = 250 * .8 + 100 * .2 = 220$$

$$EU(T = t_0) = maxEU(v_i|T = t_0) = 290$$

Arbre de décision

- Avantage de l'arbre de décision
  - Structure adaptée à la recherche de la solution optimale

- Inconvénients
  - La taille de l'arbre devient vite énorme !
  - Comment représenter des connaissances sur le domaine ?

$\Rightarrow$ Diagrammes d'influence

(suite au prochain épisode)

Références

- *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems : Networks of Plausible Inference* (2eme ed.), J. Pearl, Morgan Kaufman, 1988.

- *Decision Theory in Expert Systems and Artificial Intelligence*, E. Horvitz, J. Breese, M. Henrion, Internal Journal of Approximate Reasoning 2 :247-302, 1988.